Exercice 1

1- Trouver les dérivées totales des fonctions dérivables suivantes :

a) $\dfrac{dy}{dw}$ avec $y = f(x,w) = 3x - w^2$ avec $x = g(w) = 2w^2 + w + 4$

b) $\dfrac{dy}{dw}$ avec $y = f(x,w) = \ln(x) - w + x$ avec $x = g(w) = w + 4$

2- Trouver les différentielles totales dy des fonctions suivantes :

a) $y = x_1^2 x_2^3$

b) $y = \dfrac{(x_1 + x_2^2)}{(x_1 + x_2)}$

c) $y = x_2 \ln(x_1)$

d) $y = f(x_1, x_2, w, v)$ avec $x_1 = g(u,v)$ et $x_2 = h(u,v)$

3- Trouvez les dérivées $\dfrac{dy}{dx}$ des fonctions (relations) implicites suivantes :

a) $F(x,y) = x^2 y + 6y^2 x = 0$

b) $F(x,y) = x^2 y^2 + 4xy + 6 = 0$

c) $F(x,y) = 5x^3 + xy - y^2 = 0$

rappel : Avec la fonction implicite $F(x,y) = 0$ on a $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{\dfrac{\partial F(x,y)}{\partial x}}{\dfrac{\partial F(x,y)}{\partial y}}$

4- Avec la définition formelle δ et ε de la limite.

Définition de la limite : une fonction numérique f d'une variable réelle x tend vers une **limite finie** ℓ , noté $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \ell$, lorsque x tend vers x_0 si, et seulement si :

pour tout e > 0, il existe un réel $\delta > 0$ tel que $|x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - \ell| <$ e.

Lorsque la fonction f tend vers une limite ℓ, lorsque x tend vers x_0, on dit que f "**possède**" **une limite** ℓ en x_0.

Démontrez formellement les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to 3} x^2 = 9$

b) $\lim\limits_{x\to -3} 7x - 9 = -30$

c) $\lim\limits_{x\to 1} -3x^2 + x + 4 = 2$

5- Calculez les déterminants des matrices suivantes :

a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

b) $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

c) $C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$