Devoir 2 à remettre le vendredi 19 avril avant 14h01 v1.1 **Travail en équipe de un ou de deux**

Important : Montrez bien tous vos calculs, démonstrations et explications pour toutes les questions et ordonnez bien votre devoir.

Q1. Optimisation avec contraintes(s) : Trouvez les solutions des problèmes d'optimisation suivants par l'approche du Lagrangien.

Écrivez le Lagrangien pour chaque problème. Montrez les C.P.O. et les C.D.O.

Vérifiez quel(s) type(s) extremum(s) on a avec les matrices hessiennes bordées.

a) $$\underset{x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}}{\text{opt}} \; 10\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2\right)$$

Sous les deux contraintes suivantes (notez que les deux contraintes s'appliquent en même temps):

$$12 = 6x_1 - 3x_2 - 9x_3$$

et

$$200 = 200x_1 + 400x_2 + 200x_3$$

b) $$\underset{x_1, x_2 \in \mathbb{R}}{\text{opt}} \left(a_1 x_1^{\beta} + a_2 x_2^{\beta}\right)^{1/\beta} \qquad \text{avec } a_1 > 0,\; a_2 > 0 \text{ et } 0 < \beta \leq 1$$

Sous la contrainte suivante: $100 = 2x_1 + 2x_2$

Règles pour les types d'extremums

Exemples

Contraintes m	Variables n	**Maximum local** (basé sur la quasi-concavité) Les $n-m$ derniers $\bar{m}_p \equiv \det(\bar{H}_p)$ **alternent** On regarde que les $n-m$ derniers $\bar{m}_p$ pour $p = 2m+1, \ldots, m+n$ Regardez m pour le signe du premier $\bar{m}_{2m+1}$ Regardez n pour le signe du dernier $\bar{m}_{m+n}$	**Minimum local** (basé sur la quasi-convexité) Les $n-m$ derniers $\bar{m}_p$ prennent le signe de $signe\left((-1)^m\right)$ On regarde que les $n-m$ derniers $\bar{m}_p$ pour $p = 2m+1, \ldots, m+n$
1	2	$\bar{m}_3 \equiv \det(\bar{H}_3) > 0$ (le dernier) m **impair** : Premier de **signe positif** n **pair** : Dernier de **signe positif**	$signe(\bar{m}_p) = signe\left((-1)^m\right) = signe\left((-1)^1\right)$ $\bar{m}_3 < 0$ **signe négatif** (le dernier)
1	3	$\bar{m}_3 > 0, \bar{m}_4 < 0$ (2 derniers) m **impair** : Premier de **signe positif** n **impair** : Dernier de **signe négatif**	$signe(\bar{m}_p) = signe\left((-1)^1\right)$ $\bar{m}_3 < 0, \bar{m}_4 < 0$ **signes tous négatifs** (2 derniers)
1	4	$\bar{m}_3 > 0, \bar{m}_4 < 0, \bar{m}_5 > 0$ (3 derniers) m **impair** : Premier de **signe positif** n **pair** : Dernier de **signe positif**	$signe(\bar{m}_p) = signe\left((-1)^1\right)$ $\bar{m}_3 < 0, \bar{m}_4 < 0, \bar{m}_5 < 0$ **signes tous négatifs** (3 derniers)
1	5	$\bar{m}_3 > 0, \bar{m}_4 < 0, \bar{m}_5 > 0, \bar{m}_6 < 0$ (4 derniers) m **impair** : Premier de **signe positif** n **impair** : Dernier de **signe négatif**	$signe(\bar{m}_p) = signe\left((-1)^1\right)$ $\bar{m}_3 < 0, \bar{m}_4 < 0, \bar{m}_5 < 0, \bar{m}_6 < 0$ **signes tous négatifs** (4 derniers)
2	3	$\bar{m}_5 < 0$ (le dernier) m **pair** : Premier de **signe négatif** n **impair** : Dernier de **signe négatif**	$signe(\bar{m}_p) = signe\left((-1)^m\right) = signe\left((-1)^2\right)$ $\bar{m}_5 > 0$ **signe positif** (le dernier)
2	4	$\bar{m}_5 < 0, \bar{m}_6 > 0$ (2 derniers) m **pair** : Premier de **signe négatif** n **pair** : Dernier de **signe positif**	$signe(\bar{m}_p) = signe\left((-1)^2\right)$ $\bar{m}_5 > 0, \bar{m}_6 > 0$ **signes tous positifs** (2 derniers)
2	5	$\bar{m}_5 < 0, \bar{m}_6 > 0, \bar{m}_7 < 0$ (3 derniers) m **pair** : Premier de **signe négatif** n **impair** : Dernier de **signe négatif**	$signe(\bar{m}_p) = signe\left((-1)^2\right)$ $\bar{m}_5 > 0, \bar{m}_6 > 0, \bar{m}_7 > 0$ **signes tous positifs** (3 derniers)
3	4	$\bar{m}_7 > 0$ (le dernier) m **impair**: Premier de **signe positif** n **pair** : Dernier de **signe positif**	$signe(\bar{m}_p) = signe\left((-1)^m\right) = signe\left((-1)^3\right)$ $\bar{m}_7 < 0$ **signes négatifs** (le dernier)