



*La Campagne Estudiantine pour Résumer  
les Cours et Organiser les Polycopiés*

**Option : Science Economique et Gestion**

**Module : METHODES QUANTITATIVES I**

**Matière : Analyse Mathématique I**

**Semestre : 1**

**Type de document : Prises des notes**

**Année universitaire 2012-2013**

# Chapitre 1 - La Continuité

## I- La continuité :

### Définition 1 :

Soit  $f: A \subset \mathbb{R}$  et soit  $x_0 \in A$   
 $f$  est continue en  $x_0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

Définition 2 : Une fonction  $f$  qui n'est pas continue au point  $x_0$  est dite discontinue en ce point et  $x_0$  est appelé un point de discontinuité de  $f$ .

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \alpha \neq f(x_0)$$

### Propriété 1 :

Soit  $f$  et  $g$  et  $x_0 \in \mathbb{R}$   
On a :  $\alpha f + \beta g$  ( $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ) ;  $f \cdot g$  ;  $\frac{f}{g}$  (si  $g(x_0) \neq 0$ )  
 $f$  et  $g$  sont continués au  $x_0$ .

### Propriété 2 :

Soit  $f$  et  $g$  et  $x_0 \in \mathbb{R}$   
 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0) \Leftrightarrow f$  est continue au  $x_0$ .

Définition 3 :  $f$  a une discontinuité de première espèce en  $x_0$  si les limites à droite et à gauche existence.

Définition 4 :  $f$  est continue sur  $\mathbb{R}$  si  $f$  est continue en tout point de  $\mathbb{R}$ .

Exemple : Soit  $f: a$  et  $\beta \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) = 0 \text{ et } \lim_{x \rightarrow \beta} f(x) = 0$$

Donc  $f$  est continue au  $\mathbb{R}$ .

Définition 5 : Soit  $f$  une fonction définie sur  $I$  et  $g$  une fonction définie sur  $f(I)$  :

$$f : I \subset \mathbb{R}$$

$$g : f(I) \subset \mathbb{R}$$

Si  $f$  est continue en  $x_0 \in I$  et  $g$  est continue en  $f(x_0)$ , alors  $g \circ f$  est continue en  $x_0$ .

Remarque :  $f \circ g \neq g \circ f$

Exemple : Calculez les fonctions composées  $g \circ f$  et  $f \circ g$  des deux fonctions suivantes :

$$f(x) = x^2 - 3 \text{ et } g(x) = 2x - 1$$

$$f \circ g = f(g(x)) = (g(x))^2 - 3 = (2x - 1)^2 - 3 = 4x^2 - 4$$

$$g \circ f = g(f(x)) = 2(f(x)) - 1 = 2(x^2 - 3) - 1 = 2x^2 - 6 - 1 = 2x^2 - 7$$

## II- La discontinuité :

### ➤ 1<sup>er</sup> espèce éliminable :

#### • Cas 1: Éliminable :

$$[\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)] \neq f(x_0)$$

-  $f$  présente une discontinuité de première espèce éliminable.

#### • Cas 2: Non éliminable :

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$$

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ x + 1 & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad \text{Car : } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1 ; \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$$

-  $f$  présente une discontinuité de non éliminable.

- Si  $f(x_0) = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)}{2}$  : la discontinuité est dite régulière.

### ➤ Second espèce éliminable :

Si les limites à gauche ou à droite est infinie,  $f$  présente une discontinuité de seconde espèce infinie.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty ; \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$$

-  $f$  présente une discontinuité de seconde espèce éliminable.

## III- Domaines de définition et de continuité :

- Domaine de définition : DD

- Domaine de continuité : DC

- DC = DD : Le domaine de définition de continuité est égal à domaine de définition si  $f$  est continue en  $x_0$ .
- Si  $f$  est discontinue en  $x_0$ , le domaine de continuité est égal : DC = DD -  $\{x_0\}$ .

### ➤ Exemples des domaines de définition des fonctions suivants :

La fonction  $e^x$  est définie sur  $\mathbb{R}$

La fonction  $\ln(x)$  est définie sur  $]0, +\infty[ = \mathbb{R}_+^*$ .

La fonction racine est toujours définie sur  $]0, +\infty[ = \mathbb{R}_+$  ;  $\mathbb{R}_+ = (x \geq 0)$ .

La fonction  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$  ; Df =  $\frac{x+2}{x-1} \geq 0$  et  $x-1 \neq 0$

$$x+2 \geq 0 \quad \text{ou} \quad x+2 \leq 0 \quad \text{et} \quad x-1 \neq 0$$

$$x \geq -2 \quad \text{ou} \quad x \leq -2 \quad \text{et} \quad x \neq 1$$

$$Df = ]-\infty, -2] \cup [1, +\infty[$$

### ➤ Calcul des limites

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot e^x = 0$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a$

## Chapitre 2 - La Dérivabilité

### I- La dérivabilité :

1) **Définition 1** : Soit  $f : A \subset \mathbb{R}$  et  $x_0 \in A$

On dit que la fonction  $f$  est **dérivable** en  $x_0$  si :  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l$  ; ( $l \in \mathbb{R}$ )

Ou :  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = l$  ; ( $l \in \mathbb{R}$ )

Cette limite notée par  $f'(x_0)$  et  $l$  est la valeur de dérivée de  $f$  en  $x_0$ .

! Si  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \infty$   $f$  est non dérivable.

### Définition 2 :

$f$  est dérivable en  $x_0$  si :  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l$  et  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l$

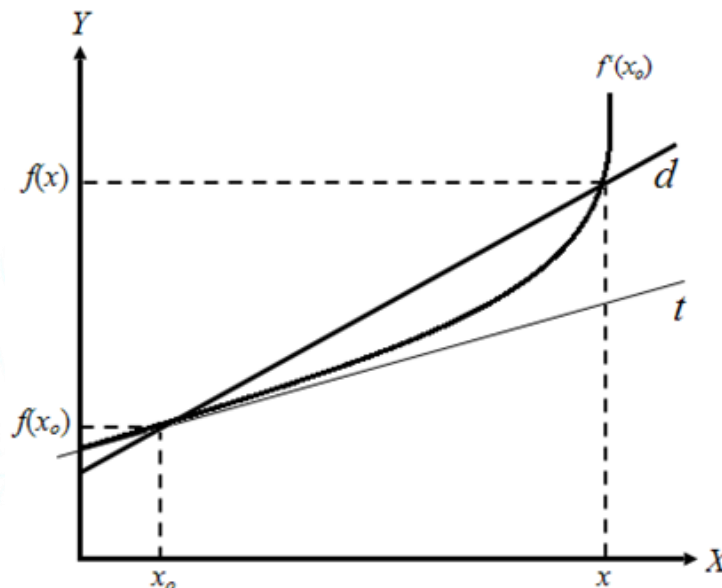
-  $f'_d(x_0)$  s'appelle valeur de la dérivé à droite de  $x_0$ .

-  $f'_g(x_0)$  s'appelle valeur de la dérivé à gauche de  $x_0$

$f$  est dérivable en  $x_0$  si :  $f'_d(x_0) = f'_g(x_0)$

### II- Interprétation géométrique :

Soit  $d$  la droite passant par les points :  $A(x_0, f(x_0))$  et  $P(x, f(x))$



L'équation de la droite  $d$  est :  $Y = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}(X - x_0) + f(x_0)$

L'équation de la droite  $t$  est :  $Y = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}(X - x_0) + f(x_0) \Rightarrow Y = f'(x_0) \cdot (X - x_0) + f(x_0)$

$f'(x_0)$  représente la pente de la droite tangente à la courbe de fonction  $f$  au point de coordonnées  $A(x_0, f(x_0))$

**III- Dérivées des fonctions réelles :**

Fonction $f$	Fonction $f'$	Fonction $f$	Fonction $f'$
$\alpha$	0	$f + g$	$f' + g'$
$x$	1	$\alpha \cdot f$	$\alpha \cdot f'$
$\alpha x$	$\alpha$	$f \cdot g$	$f' \cdot g + f \cdot g'$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{f}$	$-\frac{f'}{f^2}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$f^r$	$r \cdot f' \cdot f^{r-1}$
$x^r$	$rx^{r-1}$	$\frac{f}{g}$	$\frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$
$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{n(\sqrt[n]{x})^{n-1}}$	$\sqrt{f}$	$\frac{f'}{2\sqrt{f}}$
$\log x$	$\frac{1}{x}$	$\sqrt[n]{f}$	$\frac{f'}{n(\sqrt[n]{f})^{n-1}}$
$\cos x$	$-\sin x$	$g \circ f(x)$	$g'(f(x)) \cdot f'(x)$
$\sin x$	$\cos x$	$f^{-1}(x)$	$\frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$
$\tan x$	$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ *	$\cos(ax + b)$	$-a \sin(ax + b)$
$e^x$	$e^x$	$\sin(ax + b)$	$a \cos(ax + b)$
$e^f$	$f' \cdot e^f$	$\tan(ax + b)$	$\frac{a}{\cos^2(ax + b)}$
$\arcsin(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin(x)$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arcsin f(x)$	$\frac{f'}{\sqrt{1-f^2}}$	$\arcsin f(x)$	$-\frac{f'}{\sqrt{1-f^2}}$
$\arctan(x)$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\arctan f(x)$	$\frac{f'}{1+f^2}$
$\frac{1}{x-1}$	$n! \cdot \frac{(1)^n}{(x-1)^{n+1}}$		

$$* \quad \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + 1 = 1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$$

# Chapitre 3 – Règle de l'hospital et la formule de Taylor

## I- Les formes déterminées : Limites

Forme	$\frac{0}{e}$ $e \neq 0$	$\frac{\infty}{0}$	$\frac{0}{\infty}$	$e \in \mathbb{R}$	$\frac{e}{\infty}$	$\frac{\infty}{e}$	$\infty \times \infty$	$\frac{l}{0^+}$	$\frac{l}{0^-}$		
$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	0	$\infty$	0	$l$	0	$\infty$	$\infty$	$l > 0$ $+\infty$	$l < 0$ $-\infty$	$l > 0$ $-\infty$	$l < 0$ $+\infty$
Exemple	$\frac{x-1}{x^2+1}$ $x_0=1$	$\frac{x^2}{1}$ $\frac{1}{\sqrt{x}}$ $x_0=+\infty$	$\frac{x}{1}$ $\frac{1}{\sqrt{x}}$ $x_0=0^+$	$x^2+5$ $x_0=2$	$\frac{3}{x^2}$ $x_0=-\infty$	$\frac{x^3}{2}$ $x_0=\pm\infty$	$x^3 \times \sqrt{x}$ $x_0=+\infty$	$\frac{5}{x}$ $x_0=0^+$	$\frac{-5}{x}$ $x_0=0^+$	$\frac{2}{x}$ $x_0=0^-$	$\frac{-2}{x^2}$ $x_0=0^-$

$f(x)$	$+\infty$	$-\infty$	$l > 0$	$l < 0$	0	$0^+$	$0^-$	$l$	$-\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$f(x) + g(x)$	$+\infty$	F.I	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\frac{f(x)}{g(x)}$	F.I	F.I	0	0	0	0	0	0	F.I

## II- Les formes indéterminées : Limites

1)  $+\infty - \infty$  :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - x = +\infty - \infty$

2)  $0 \times \infty$  :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \times x^2 = 0 \times \infty$

3)  $\frac{0}{0}$  :  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{0}{0}$

4)  $\frac{\infty}{\infty}$  :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{x+1} = \frac{+\infty}{+\infty}$

5)  $0^0$  :  $\lim_{x \rightarrow 0} x^0 = 0^0$

6)  $1^\infty$  :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1^x = 1^{+\infty}$

7)  $(\infty)^0$  :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^0 = +\infty^0$

### III- Règle de l'hospital :

Soit  $f$  et  $g$  deux fonctions :

On pose :  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0}$  ou  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\infty}{\infty}$ , dans ces deux cas, on utilise la règle de l'hospital.

$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} \Rightarrow$  est parfois nécessaire d'appliquer plusieurs fois, la règle de l'hôpital, pour pouvoir éliminer

l'indétermination ou aura :  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)}$

### IV- Autres types d'indétermination de la règle de l'hospital :

Les autres types d'indétermination peuvent toujours être ramenés à une indétermination de  $\frac{0}{0}$  ou  $\frac{\infty}{\infty}$  via les transformations suivantes :

Expressions	Indétermination	Transformation	Règle de l'hôpital
$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = l$	$\infty - \infty$	$\lim_{x \rightarrow a} \left[ \frac{\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}}{1} \right]$	$l = \frac{0}{0}$
$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = l$	$0 \cdot \infty$	$\lim_{x \rightarrow a} \left[ \frac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}} \right]$ $\lim_{x \rightarrow a} \left[ \frac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}} \right]$	$l = \frac{0}{0}$ $l = \frac{\infty}{\infty}$
$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^{g(x)} = l$	$0^0$	$\lim_{x \rightarrow a} [g(x) \log f(x)]$	$\log l = 0 \cdot (-\infty)$
$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^{g(x)} = l$	$(+\infty)^0$	$\lim_{x \rightarrow a} [g(x) \log f(x)]$	$\log l = 0 \cdot (+\infty)$
$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^{g(x)} = l$	$(1)^\infty$	$\lim_{x \rightarrow a} [g(x) \log f(x)]$	$\log l = \infty \cdot 0$

### V- Formule de Taylor :

Soit  $f[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  définie et continue sur  $[a, b]$  et tous les dérivés de  $f$  jusqu'à l'ordre  $n$  sont continués sur  $[a, b]$

On peut écrire la formule de Taylor sous la forme suivante :  $f(x) = Pn(x) + Rn$

Avec :  $Pn(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$

et :  $Rn(x, a) = \frac{(x-a)^{n+1}}{(n+1)!} \alpha_n(x, a)$

Le terme  $Rn$  s'appelle le terme Lagrange.

**VI- Théorie d'Accroissement Finis (A.F) :**

Soit  $f[a,b] \rightarrow \mathbb{R}$  continue sur  $[a,b]$  et dérivable sur  $]a,b[$ , alors  $\exists c \in ]a,b[$  tel que :

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

**VII- Théorie des Accroissements Finis Généralisés :**

Soit  $f$  et  $g$  deux fonctions définies sur  $[a,b]$ , continue sur  $[a,b]$  et dérivable sur  $]a,b[$ . si  $g'$  ne s'annule pas en aucun point de  $]a,b[$ , alors  $\exists c \in ]a,b[$

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$$

**VIII- Théorie de Rolle et ses applications :**

Soit  $f[a,b] \rightarrow \mathbb{R}$  continue sur  $[a,b]$  tel que  $f(a) = f(b)$  Alors  $\exists c \in ]a,b[$  tel que  $f'(c) = 0$ .

On a  $f$  continue sur  $[a,b]$  :  $\forall x \in ]a,b[$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

$\Rightarrow \exists c \in [a,b]$  tel que  $f(c) = m$

$\Rightarrow \exists c' \in [a,b]$  tel que  $f(c) = M$

$\forall x \in [a,b]$   $m < f(x) < M$

On a deux cas distingués :

1) Si  $m = M \Rightarrow f$  est continue sur  $[a,b]$

$\forall x \in [a,b]$  et  $f'(x) = 0$

En particulier :  $\forall x \in ]a,b[$   $f'(x) = 0$

Donc la théorie est vérifiée dans ce cas.

2) Si  $m \neq M$  :

On pose que  $f$  atteint son maximum  $M > 0$

$\Rightarrow \exists c' \in [a,b]$  tel que  $f(c') = M$

$$f'(c') = \lim_{x \rightarrow c'} \frac{f(x) - f(c')}{x - c'}$$

a- Si  $x \rightarrow c'$   $x > c'$

$$\frac{f(x) - f(c')}{x - c'} \leq 0$$

b- Si  $x \rightarrow c'$   $x < c'$

$$\frac{f(x) - f(c')}{x - c'} \geq 0$$

Puisque  $f$  dérivable sur  $]a,b[$ , en particulière au point  $c'$  :

$$f'(c') = \lim_{\substack{x \rightarrow c' \\ x > c'}} \frac{f(x) - f(c')}{x - c'} = \lim_{\substack{x \rightarrow c' \\ x < c'}} \frac{f(x) - f(c')}{x - c'}$$

$$f'(c') = 0$$

## Chapitre 4 – L'intégral

### I- Tableau d'intégral :

Fonction	Primitive F(x)	Fonction	Primitive F(x)
$\alpha$	$\alpha x + c$	$\cos x$	$\sin x + c$
$x^r$	$\frac{x^{r+1}}{r+1} + c$	$\sin x$	$-\cos x + c$
$\frac{1}{x}$	$\log x + c$ ou $\ln x + c$	$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\tan x + c$
$\frac{U'}{U}$	$\log U + c$	$e^{ax+b} + c$	$\frac{1}{a} e^{ax+b} + c$
$e^{-x}$	$-e^{-x} + c$	$\frac{x'}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + c$
$\lambda f$	$\lambda F + c$	$\frac{U'}{\sqrt{U}}$	$2\sqrt{U} + c$
$a^x + c$	$\frac{a^x}{\ln a} + c$	$U'(x)e^{U(x)}$	$e^{U(x)} + c$
$e^x$	$e^x + c$	$\cos(ax+b)$	$\frac{1}{a} \sin(ax+b) + c$
$f^r \cdot f'$	$\frac{f^{r+1}}{r+1}$	$\sin(ax+b)$	$-\frac{1}{a} \cos(ax+b) + c$
$f' \cdot e^f$	$e^f + c$	$-\frac{f'}{\sqrt{1-f^2}}$	$\arccos f(x)$
$f + g$	$F + G$	$\frac{f'}{\sqrt{1-f^2}}$	$\arcsin f(x)$
$f' \cdot g + f \cdot g'$	$f \cdot g + C$	$\frac{f'}{1+f^2}$	$\arctan f(x)$

## II- Intégrales définies :

Pour toutes fonction  $f$  et  $g$  intégrables sur  $[a, b]$  on a :

$$1) \int_a^b (f(x) + g(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$$

$$2) \forall \alpha \in \mathbb{R} : \int_a^b \alpha f(x)dx = \alpha \int_a^b f(x)dx$$

- Relation de Chale :

$$\forall c \in (a, b) : \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$$

- Intégrale par partie :

Soit  $f$  et  $g$  deux fonctions à dérivée continue sur  $[a, b]$ , alors :

$$\int_a^b f'(x) \cdot g(x)dx = [f(x) \cdot g(x)]_a^b - \int_a^b f(x) \cdot g'(x)dx$$

- Changement des variables :

Soit  $w$  une fonction strictement monotone de  $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  à dérivée continue sur  $[\alpha, \beta]$  et  $f$  une fonction à

continue de sur  $w([a, b]) \rightarrow \mathbb{R}$ , alors :  $\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(w(t))w'(t)dt$

Avec :  $a = w(\alpha)$  ,  $b = w(\beta)$  ,  $x = w(t)$  ,  $dx = w'(t)dt$

- Intégration des fonctions rationnelles en  $x$  :

### Exemple :

Décomposons en fractions simples la fonction rationnelle :  $\frac{4x+2}{(x-1)(x+1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1}$

$$4x + 2 = A(x + 1) + B(x - 1)$$

Pour :  $x = 1 \Rightarrow B = 3$

Pour :  $x = -1 \Rightarrow A = 1$

Il vient que :  $\frac{4x+2}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x+1} + \frac{3}{x-1}$

L'intégration des fonctions simples se base sur le résultat suivant :  $\int \frac{dx}{x-a} = \ln|x-a| + c$

Il vient donc pour notre exemple :

$$\begin{aligned} \int \frac{4x+2}{(x-1)(x+1)} dx &= \int \frac{dx}{x+1} + 3 \int \frac{dx}{x-1} \\ &= \log|x+1| + 3 \log|x-1| + c \end{aligned}$$

## Chapitre 5 – Suites des nombres réels

### I- Définitions :

## Chapitre 6 – Séries numériques

### II- Définitions :

- On appelle série numérique la suite des sommes partielles  $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie à partir d'une suite

$$(U_n)_{n \in \mathbb{N}} = S_n = \sum_{k=1}^n U_k$$

- Série convergence :

- Au lieu de  $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , on note la série par  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$ , elle est dite convergente si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} S_n = S$  ou  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n = S$  ;
- Une série non convergente est dite divergente.
- $U_n$  est appelé le terme général de la série.

### III- Critère de convergence :

- 1) Critère de comparaison