

Q1 - Demande agrégée

On a deux consommateurs dans une économie, chacun a une demande différente :

Demande du consommateur (1) : $p = 120 - 2q$

Demande du consommateur (2) : $p = 160 - 8q$

a) Au niveau agrégé, trouvez les quantités échangées et le prix d'équilibre si l'offre est donnée par : $p = 20 + q$. Illustrez le tout graphiquement. **(5 points)**

$$p = 120 - 2q_1 \quad \Rightarrow \quad 2q_1 = 120 - p \quad \Rightarrow \quad q_1 = \left(\frac{1}{2}\right)(120 - p) = 60 - \left(\frac{1}{2}\right)p$$

$$p = 160 - 8q_2 \quad \Rightarrow \quad 8q_2 = 160 - p \quad \Rightarrow \quad q_2 = \left(\frac{1}{8}\right)(160 - p) = 20 - \left(\frac{1}{8}\right)p$$

il faut regarder le point critique en imposant 120 comme prix dans la demande 2

$$q^{critique} = \left(\frac{1}{8}\right)(160 - 120) = 20 - \left(\frac{1}{8}\right)120 = 15$$

Et l'offre au point critique passe par?

$$p = 20 + q^{critique} = 20 + 15 = 35 < 120 \Rightarrow \text{On doit utiliser le segment créé par } D_1 \text{ et } D_2 \text{ cumulée}$$

$$q_{1+2}^D = q_1 + q_2 = 60 - \left(\frac{1}{2}\right)p + 20 - \left(\frac{1}{8}\right)p = 80 - \frac{5}{8}p$$

En égalisant les q_{1+2} de la demande agrégée et les q de l'offre

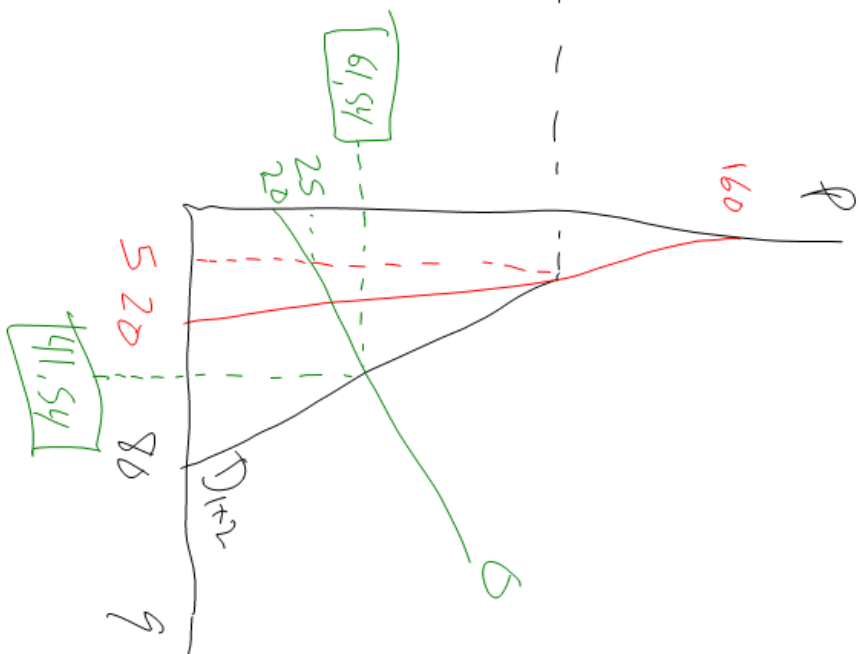
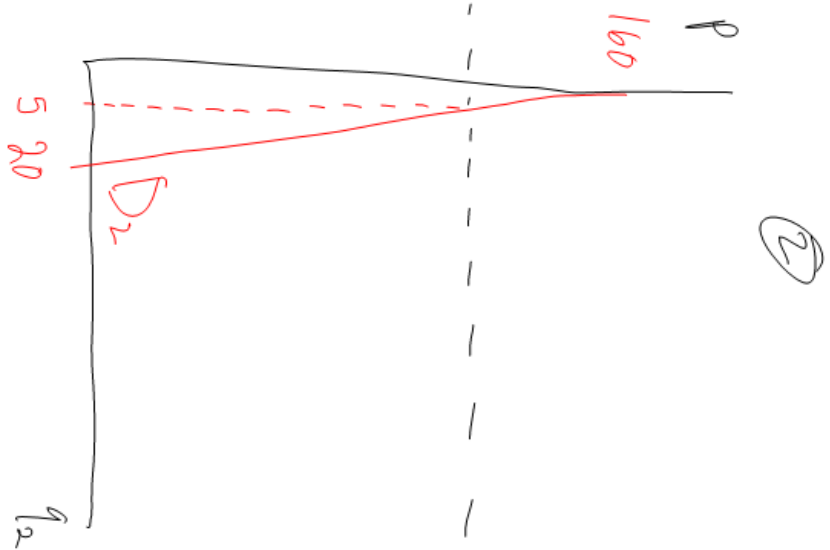
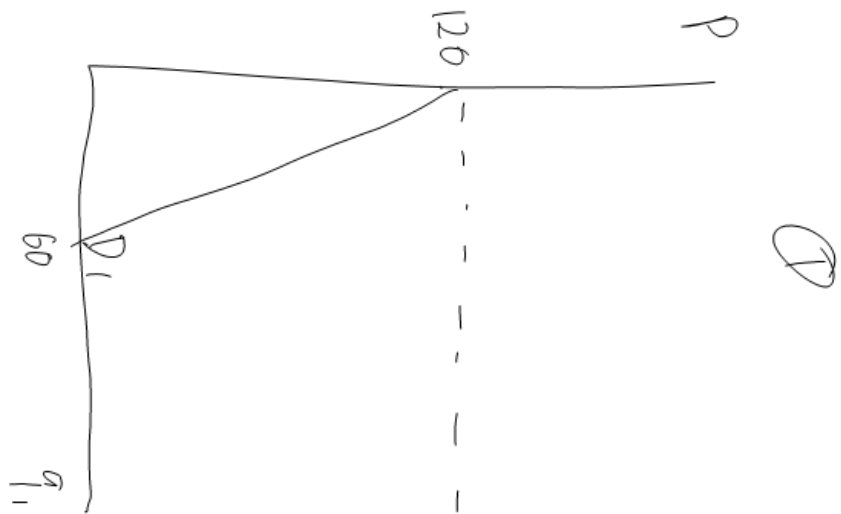
$$q_{1+2}^D = q^O$$

$$80 - \frac{5}{8}p = p - 20$$

$$100 = \left(\frac{8+5}{8}\right)p$$

$$p^* = \frac{8 \cdot 100}{13} = 61.538462$$

$$q^* = p - 20 = 61.538462 - 20 = 41.538462$$



b) Au niveau agrégé, trouvez les quantités échangées et le prix d'équilibre s'il y a un troisième consommateur qui a une demande telle que $q=10$. Illustrez le tout graphiquement. **(5 points)**

$$\begin{aligned}
 p &= 120 - 2q_1 & \Rightarrow & & 2q_1 &= 120 - p & \Rightarrow & & q_1 &= \left(\frac{1}{2}\right)(120 - p) = 60 - \left(\frac{1}{2}\right)p \\
 p &= 160 - 8q_2 & \Rightarrow & & 8q_2 &= 160 - p & \Rightarrow & & q_2 &= \left(\frac{1}{8}\right)(160 - p) = 20 - \left(\frac{1}{8}\right)p \\
 q_3 &= 10
 \end{aligned}$$

L'offre aux quantités de 12 (au point critique) passe par

$p = 20 + q^{critique} = 20 + 15 = 35 < 120 \Rightarrow$ On doit utiliser le segment créé par D_1 , D_2 et D_3 cumulée

$$q_{1+2+3}^D = q_1 + q_2 + q_3 = 60 - \left(\frac{1}{2}\right)p + 20 - \left(\frac{1}{8}\right)p + 10 = 90 - \frac{5}{8}p$$

En égalisant les q_{1+2} de la demande agrégée et les q de l'offre

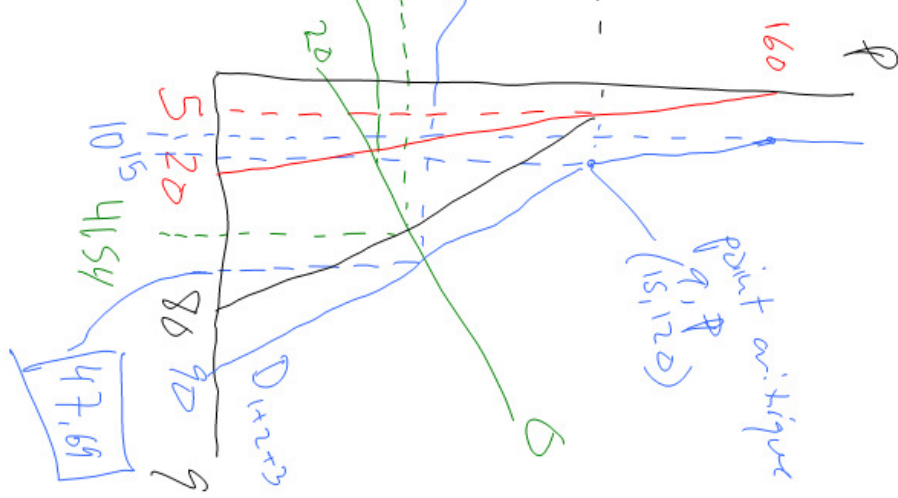
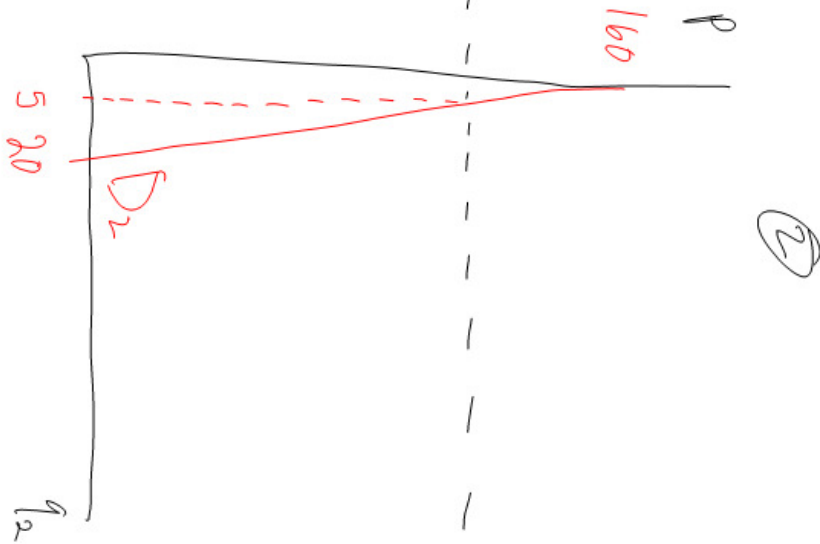
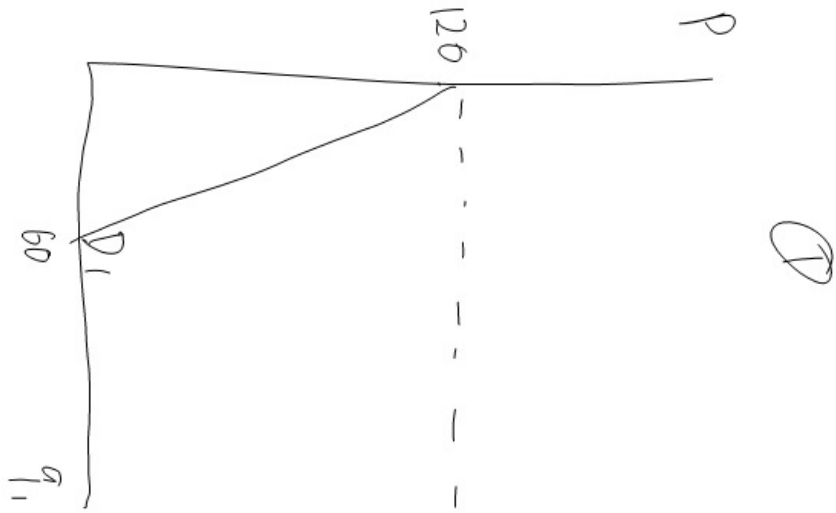
$$q_{1+2+3}^D = q^O$$

$$90 - \frac{5}{8}p = p - 20$$

$$110 = \left(\frac{8+5}{8}\right)p$$

$$p^* = \frac{8 \cdot 110}{13} = 67.692308$$

$$q^* = p - 20 = 67.692308 - 20 = 47.692308$$



Q2 - L'utilité (5 points)

Tracez les courbes d'utilité associées à la consommation de boules de crème glacée pour des valeurs de $x_1 = 0,1,2,3$ et $x_2 = 0,1,2,3$ et expliquez ce que elles représentent, ainsi que le lien entre ces fonctions.

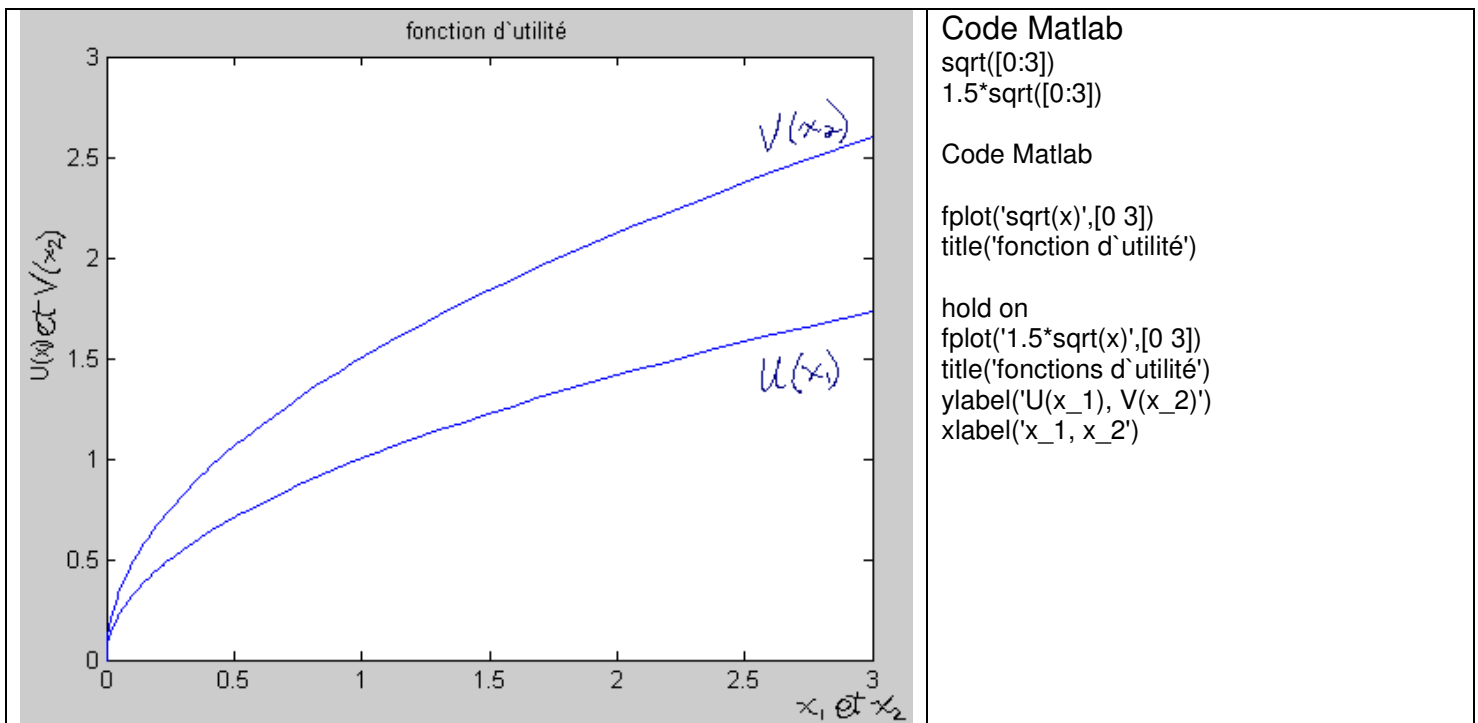
On a les deux fonctions suivantes :

La crème glacée à l'uréthane x_1 a la fonction d'utilité: $U(x_1) = \sqrt{x_1}$

et

La crème glacée à la vanille x_2 a la fonction d'utilité: $V(x_2) = 1.5\sqrt{x_2}$

	$U(x_1) = \sqrt{x_1}$	$V(x_2) = 1.5\sqrt{x_2}$
0	0	0
1	1	1.5
2	1.4142	2.1213
3	1.7321	2.5981



L'utilité de la consommation d'un bien représente une mesure de bien-être ou de satisfaction qui résulte de la consommation de ce bien, ici c'est un concept ordinal (d'ordre) qui nous permet de classer divers paniers de consommation (de crème glacée) en se basant sur les préférences des consommateurs. Ces fonctions d'utilité qui sont strictement croissantes (plus on consomme, plus on est heureux) nous montrent que la satisfaction croît avec la consommation de crème glacée dans chacun des cas, c'est donc un concept ordinal qui nous permet ici d'établir que plus de consommation améliore le niveau d'utilité, et donc de bien-être. Si les deux fonctions sont directement comparables, alors on comprend que la consommation de crème glacée à la vanille procure toujours plus de bonheur pour un même niveau de consommation des deux types de bien.

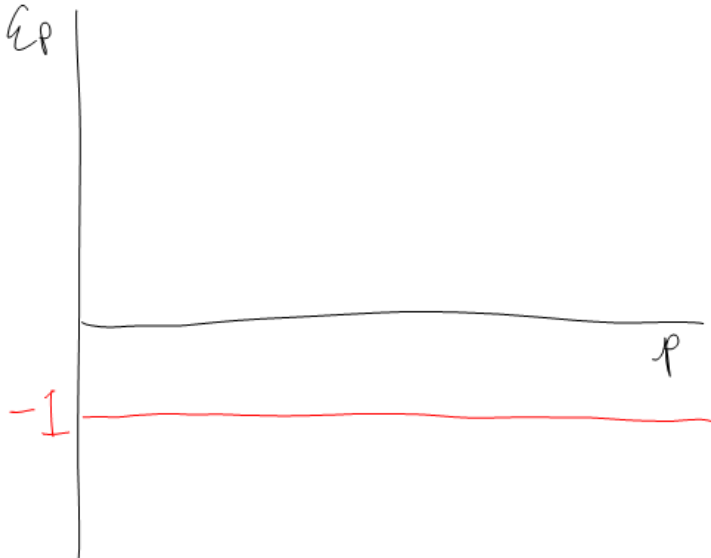
Ici on notera aussi que l'utilité marginale de la crème glacée à la vanille est toujours plus élevée que celle de la crème glacée à l'uréthane. On pourrait établir le même raisonnement que l'on avait fait en classe concernant les choix de paniers de consommation avec le raisonnement marginal.

Q3 – Élasticité (4 points chaque)

Donnez les équations d'élasticité-prix des deux demandes suivantes et tracez les courbes d'élasticité-prix dans chacun des cas:

a) $p = \frac{35}{q}$

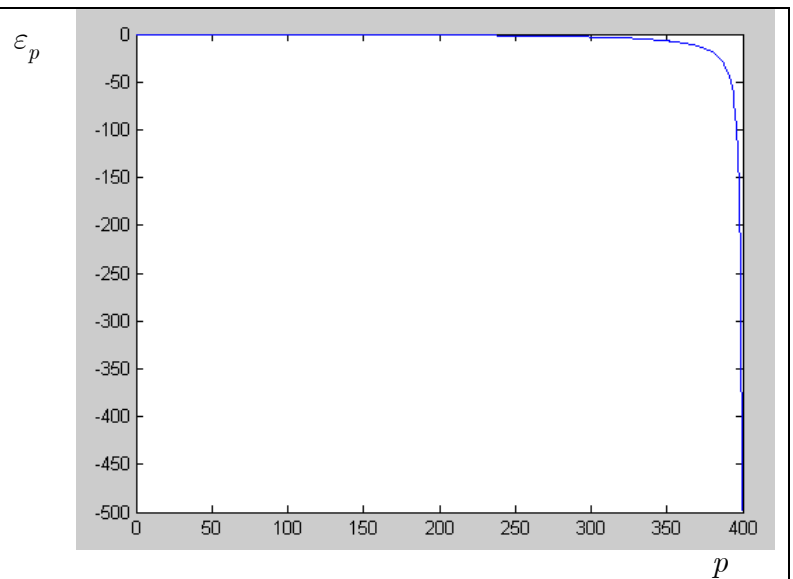
$$\varepsilon_p = \frac{dq}{dp} \frac{p}{q} = \frac{d(35p^{-1})}{dp} \frac{p}{35p^{-1}} = -35p^{-2} \frac{p}{35p^{-1}} = -1$$



b) $p = 400 - 4q \quad \Rightarrow \quad q = 100 - 0.25p$

$$\begin{aligned} \varepsilon_p &= \frac{dq}{dp} \frac{p}{q} \\ &= \frac{d(100 - 0.25p)}{dp} \frac{p}{100 - 0.25p} \\ &= \frac{-0.25p}{100 - 0.25p} \\ &= \frac{-p}{400 - p} \end{aligned}$$

Code matlab `fplot('-x/(400-x)',[0 400])`



Q4 - élasticité croisée (5 points)

Calculez les élasticités croisées du bien X par rapport au prix du bien Y pour les fonctions de demandes suivantes du cas a) et du cas b).

Pour chacun des cas suivants, expliquez quel type de bien Y représente par rapport à X et donnez un exemple de biens réels qui illustrent ces cas.

Cas a) $q_X = 400 - 2p_X - 2p_Y$

$$\frac{dq_X}{dp_Y} \frac{p_Y}{q_X} = -2 \cdot \frac{p_Y}{(400 - 2p_X - 2p_Y)}$$

si le p_Y augmente q_X diminue (bien complémentaire)

Cas b) $q_X = 200 - 4p_X + 2p_Y$

$$\frac{dq_X}{dp_Y} \frac{p_Y}{q_X} = 2 \cdot \frac{p_Y}{(200 - 4p_X + 2p_Y)}$$

si le p_Y augmente q_X augmente (bien substitut)

Q5 – Offre, demande et taxe

Avec l'arrivée d'un nouveau maire à la ville de Montréal, voici le marché des enveloppes brunes.

La courbe d'offre est donnée par : $p_o = 100 + 4q_o$

La demande est donnée par : $p_d = 200 - 4q_d$

a) Trouvez l'équilibre de marché. **(2 points)**

$$p_o = 100 + 4q_o \text{ et } p_d = 200 - 4q_d$$

$$p_o = p_d$$

$$100 + 4q_o = 200 - 4q_d$$

$$8q = 200 - 100$$

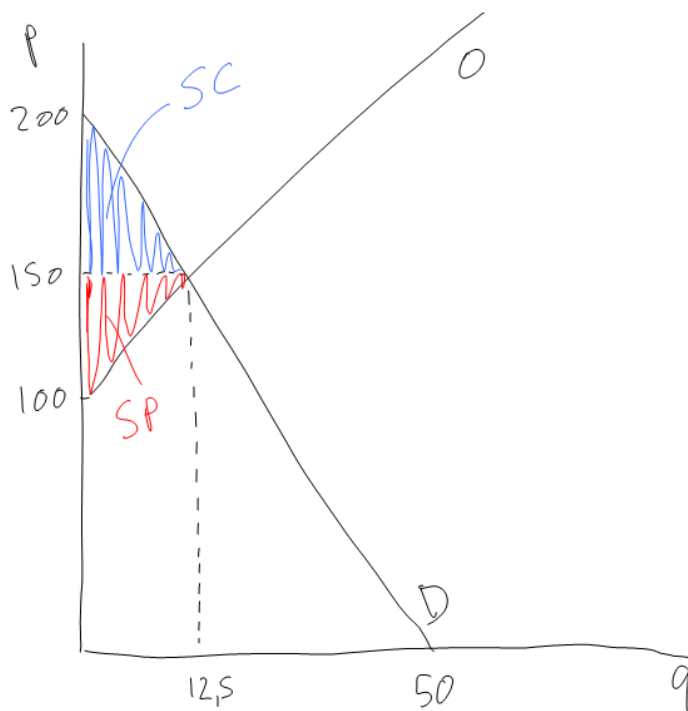
$$q^* = \frac{100}{8} = 12.5$$

$$p^* = 100 + 4q^* = 100 + 4(12.5) = 150$$

b) Calculez le surplus du consommateur et le surplus du producteur de l'équilibre de marché. Illustrez le tout graphiquement. **(4 points)**

$$SC = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{(200 - 150) \cdot (12.5 - 0)}{2} = \frac{50 \cdot 12.5}{2} = 312.50$$

$$SP = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{(150 - 100) \cdot (12.5 - 0)}{2} = \frac{50 \cdot 12.5}{2} = 312.50$$



c) Si une taxe à l'unité de 20 \$ par unité est récoltée sur l'offre, trouvez le nouvel équilibre et calculez la perte sèche induite par la taxe. Illustrez le tout graphiquement. **(4 points)**

$$p_{O\&Taxe} = p_O + T = 100 + 4q + T = 120 + 4q \quad \text{et} \quad p_D = 200 - 4q$$

On égalise maintenant le prix de la nouvelle offre qui tient compte de la taxation $p_{O\&Taxe}$ avec le prix de la demande initiale:

$$p_{O\&Taxe} = p_D$$

$$120 + 4q = 200 - 4q$$

$$8q = 200 - 120$$

On obtient ainsi les quantités qui seront vendues sur le marché quand on est en présence de la taxe sur l'offre:

$$q_{Taxe}^* = \frac{80}{8} = 10$$

On trouve le prix qui inclut la taxe (après taxe)

$$p_{incluantTaxe}^* = 120 + 4q_{Taxe}^* = 120 + 4(10) = 160$$

On trouve le prix qui n'inclut pas la taxe, mais qui en tient compte (le prix avant taxe aux quantités lorsqu'il y a taxation):

$$p_{avantTaxe}^* = 100 + 4q_{Taxe}^* = 100 + 4(10) = 140$$

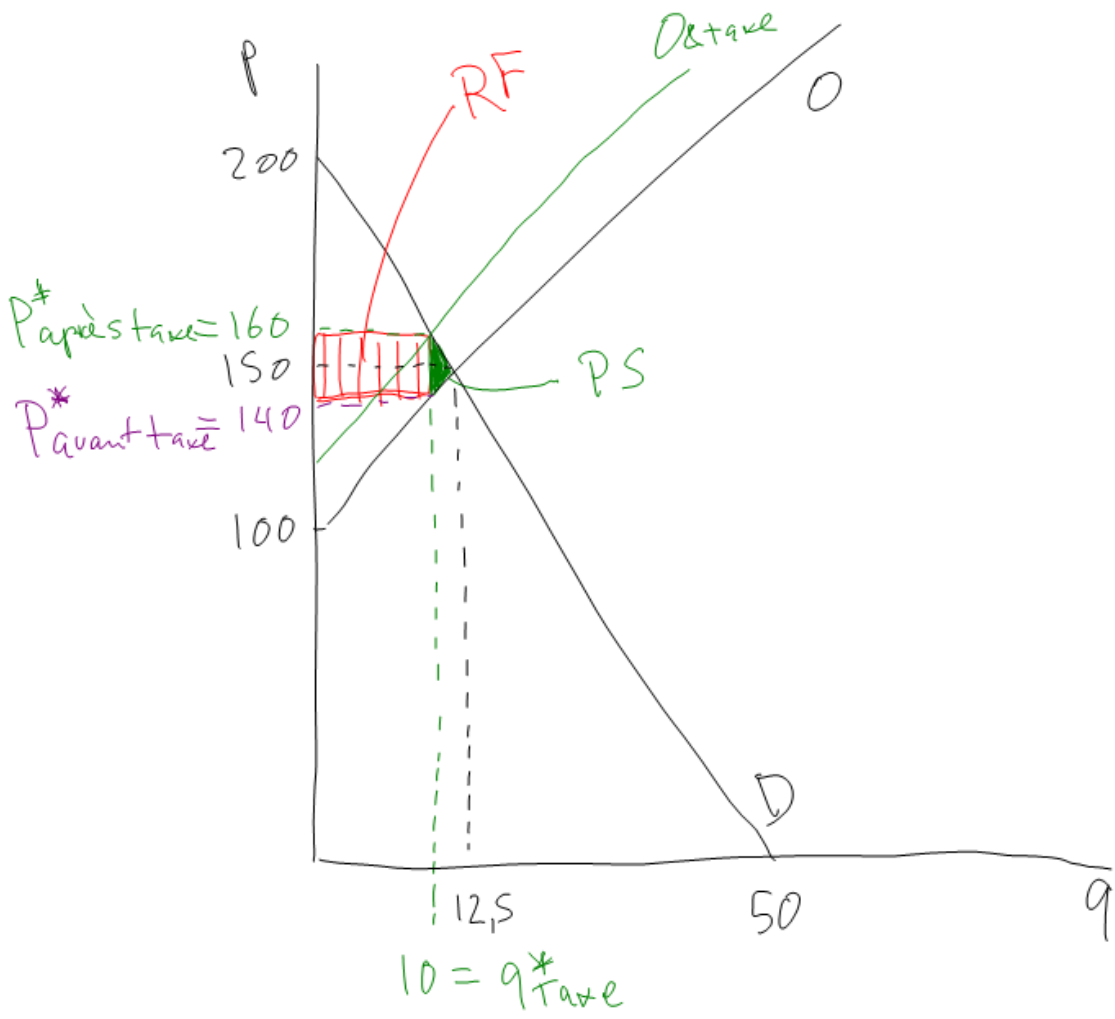
Dans le cas d'une taxe, la perte sèche se calcule en calculant la perte du consommateur surplus et du producteur associée à la réduction des quantités échangées. Dans ce cas c'est simple car on a un triangle.

$$PS = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{(12.5 - 10)(160 - 140)}{2} = \frac{2.5 \cdot 20}{2} = 25$$

La recette fiscale

Recette Fiscale

$$RF = T \cdot q_{Taxe}^* = 20\$ \cdot 10 = 200\$$$



d) Si une taxe à la valeur de 20 % est récoltée sur l'offre, trouvez le nouvel équilibre et calculez la perte sèche induite par la taxe. Illustrez le tout graphiquement. **(4 points)**

$$p_{O\&Taxe} = (1+\tau)p_O = (1+0.2)(100 + 4q) = 120 + 4.8q \quad \text{et} \quad p_D = 200 - 4q$$

On égalise maintenant le prix de la nouvelle offre qui tient compte de la taxation $p_{O\&Taxe}$ avec le prix de la demande initiale:

$$p_{O\&Taxe} = p_D$$

$$120 + 4.8q = 200 - 4q$$

$$8.8q = 200 - 120$$

On obtient ainsi les quantités qui seront vendues sur le marché quand on est en présence de la taxe sur l'offre:

$$q_{Taxe}^* = \frac{80}{8.8} = 9.0909090909... = 9.\overline{09}$$

On trouve le prix qui inclut la taxe (après taxe ou à la caisse)

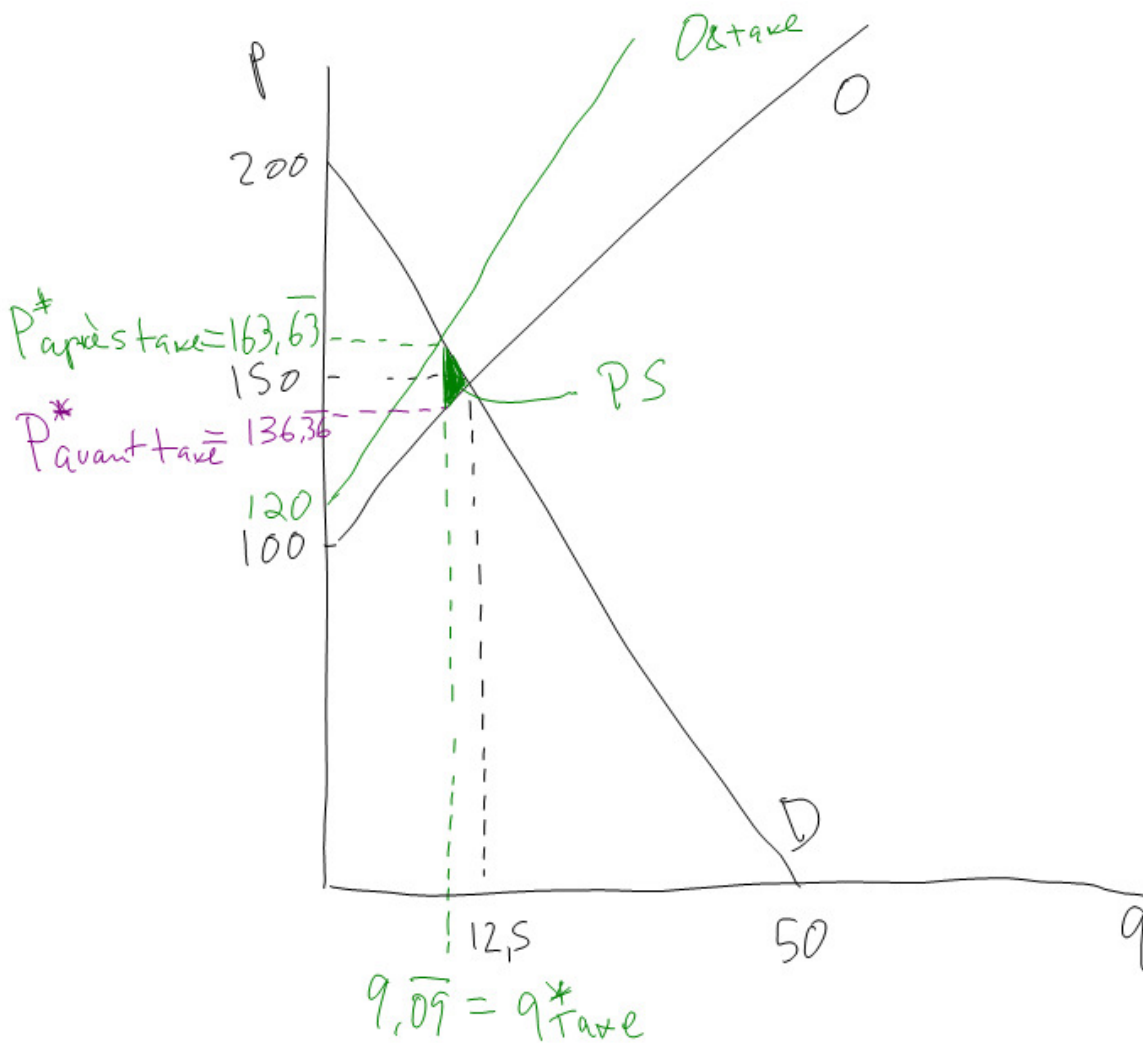
$$p_{incluantTaxe}^* = 120 + 4.8q_{Taxe}^* = 120 + 4.8(9.\overline{09}) = 163.6363636363... = 163.\overline{63}$$

On trouve le prix qui n'inclut pas la taxe, mais qui en tient compte (le prix avant taxe aux quantités lorsqu'il y a taxation):

$$p_{avantTaxe}^* = 100 + 4q_{Taxe}^* = 100 + 4(9.\overline{09}) = 136.\overline{36}$$

Pour la perte sèche on a encore un triangle.

$$PS = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{(12.5 - 9.\overline{09})(163.\overline{63} - 136.\overline{36})}{2} = \frac{3.409 \cdot 27.27}{2} = 46.4876$$



e) Si une taxe à l'unité de 10 \$ par unité est récoltée sur la demande, trouvez le nouvel équilibre et calculez la perte sèche induite par la taxe. Illustrez le tout graphiquement. **(4 points)**

$$p_{D\&Taxe} = p_D - T = 200 - 4q - 10 = 190 - 4q \quad \text{et} \quad p_O = 100 + 4q$$

On égalise maintenant le prix de la nouvelle demande qui tient compte de la taxation $p_{D\&Taxe}$ avec le prix de l'offre initiale:

$$p_O = p_{D\&Taxe}$$

$$100 + 4q = 190 - 4q$$

$$8q = 190 - 100$$

On obtient ainsi les quantités qui seront vendues sur le marché quand on est en présence de la taxe sur l'offre:

$$q_{Taxe}^* = \frac{90}{8} = 11.25$$

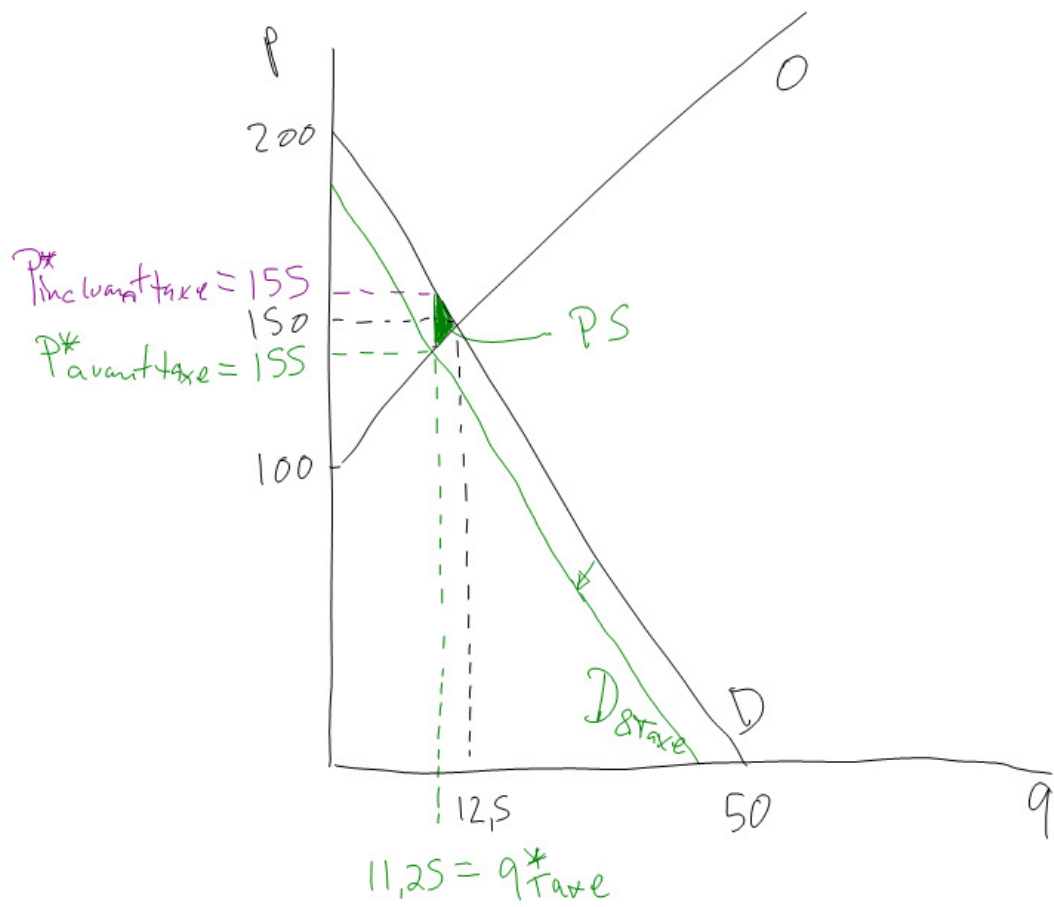
On trouve le prix qui inclut la taxe (après taxe) en utilisant la demande initiale mais qui en tient compte (en évaluant aux quantités lorsqu'il y a taxation)

$$p_{incluantTaxe}^* = 200 - 4q_{Taxe}^* = 200 - 4(11.25) = 155$$

On trouve le prix qui n'inclut pas la taxe, mais qui en tient compte en substituant dans l'équation de la nouvelle demande qui soustrait la taxe (le prix avant taxe aux quantités lorsqu'il y a taxation):

$$p_{avantTaxe}^* = 190 - 4q_{Taxe}^* = 190 - 4(11.25) = 145$$

$$PS = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{(12.5 - 11.25)(155 - 145)}{2} = \frac{1.25 \cdot 10}{2} = 6.25$$



f) Si une taxe à la valeur de 10% est récoltée sur la demande, trouvez le nouvel équilibre et calculez la perte sèche induite par la taxe. Illustrez le tout graphiquement. **(4 points)**

$$p_{D\&Taxe} = \frac{1}{(1+\tau)} p_D = \frac{1}{(1+0.10)} (200 - 4q) = \frac{10}{11} (200 - 4q) = \frac{2000}{11} - \frac{40}{11} q = 181.81 - 3.63q$$

$$\text{et } p_O = 100 + 4q$$

On égalise maintenant le prix de la nouvelle demande qui tient compte de la taxation $p_{D\&Taxe}$ avec le prix de l'offre initiale:

$$p_O = p_{D\&Taxe}$$

$$100 + 4q = \frac{2000}{11} - \frac{40}{11} q$$

$$\left(\frac{44 + 40}{11} \right) q = \frac{2000}{11} - 100$$

On obtient ainsi les quantités qui seront vendues sur le marché quand on est en présence de la taxe sur l'offre:

$$q_{Taxe}^* = \frac{\left(\frac{2000}{11} - 100 \right)}{\left(\frac{84}{11} \right)} = \frac{\left(\frac{2000 - 1100}{11} \right)}{\left(\frac{84}{11} \right)} = \frac{2000 - 1100}{84} = \frac{900}{84} = 10.71425$$

On trouve le prix qui inclut la taxe (après taxe) en utilisant la demande initiale mais qui en tient compte (en évaluant aux quantités lorsqu'il y a taxation)

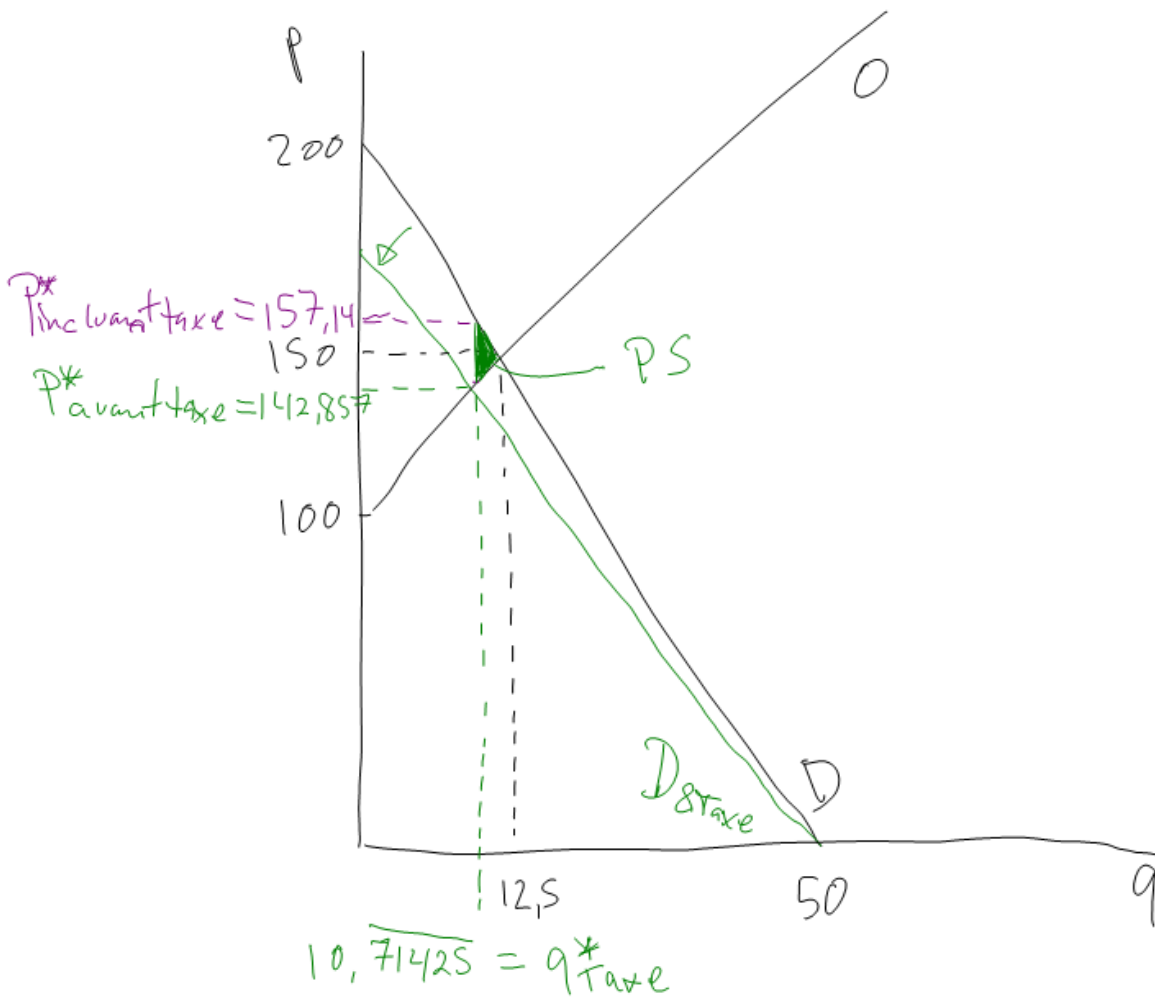
$$p_{incluantTaxe}^* = 200 - 4q_{Taxe}^* = 200 - 4(10.71425) = 157.142857$$

On trouve le prix qui n'inclut pas la taxe, mais qui en tient compte en substituant dans l'équation de la nouvelle demande qui divise par $(1+\tau)$ (bref le prix avant taxe aux quantités lorsqu'il y a taxation):

$$p_{avantTaxe}^* = \frac{1}{(1+\tau)} p_D = \frac{1}{(1+0.10)} (200 - 4q_{Taxe}^*) = \frac{2000 - 40q_{Taxe}^*}{11}$$

$$= \frac{2000 - 40(10.71425)}{11} = 142.857142$$

$$PS = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{(12.5 - 10.71425)(157.142857 - 142.857142)}{2} = 12.7553$$

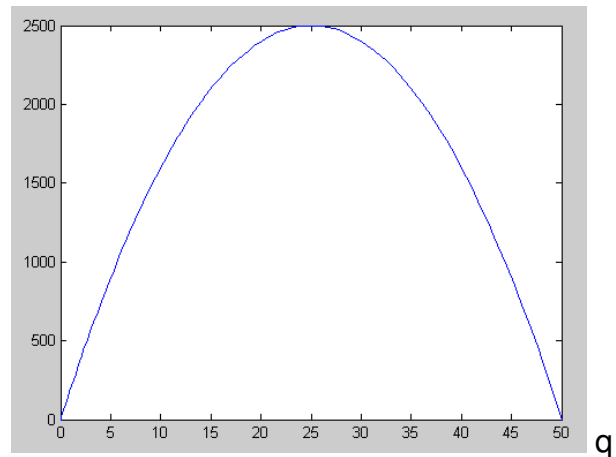


Q6- Calculez la recette totale RT associée à la demande $p_d = 200 - 4q_d$ et illustrez-la graphiquement. Calculez aussi la recette marginale Rm (**2 points**)

$$RT = p \cdot q = (200 - 4q)q = 200q - 4q^2$$

$$Rm = \frac{dRT}{dq} = \frac{d(200q - 4q^2)}{dq} = 200 - 8q$$

RT



Code Matlab
`fplot('200*x-4*x^2',[0 50])`