

Comprendre le test de défaillance de prévision (predictive failure) v.1.0

Afin de comprendre le test, la meilleure façon de le présenter est l'option A et avec un test de type Wald

Exemple

$$y = X\beta + Z\gamma + v \text{ avec } y = \begin{bmatrix} y^{[T_1]} \\ y^{[H]} \end{bmatrix} \text{ et } X = \begin{bmatrix} X^{[T_1]} \\ X^{[H]} \end{bmatrix} \text{ avec } [H] \text{ indiquant la partition des prévisions.}$$

$$Z = \begin{bmatrix} 0_{T_1 \times H} \\ I_H \end{bmatrix}$$

Ici pour une illustration simple on prend $H = 3$ prévisions. Les paramètres du vecteur β seront estimés sur les T_1 premières observations parce que les prévisions sont traquées individuellement par des dummy. Il y a une variable dummy pour chaque prévision.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{T_1} \\ y_{T_1+1} \\ y_{T_1+2} \\ y_{T_1+3} \end{bmatrix}_{(T_1+3) \times 1} = \begin{bmatrix} x_{(1)}' \\ \vdots \\ x_{(T_1)}' \\ x_{(T_1+1)}' \\ x_{(T_1+2)}' \\ x_{(T_1+3)}' \end{bmatrix}_{(T_1+3) \times K} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_K \end{bmatrix}_{K \times 1} + \begin{bmatrix} 0_{T_1 \times 3} \\ I_3 \end{bmatrix}_{(T_1+3) \times 3} \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \end{bmatrix}_{3 \times 1} + \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_{T_1} \\ v_{T_1+1} \\ v_{T_1+2} \\ v_{T_1+3} \end{bmatrix}_{(T_1+3) \times 1} = \begin{bmatrix} x_{(1)}' \\ \vdots \\ x_{(T_1)}' \\ x_{(T_1+1)}' \\ x_{(T_1+2)}' \\ x_{(T_1+3)}' \end{bmatrix}_{(T_1+3) \times K} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_K \end{bmatrix}_{K \times 1} + \begin{bmatrix} 0_{T_1 \times 3} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(T_1+3) \times 3} \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \end{bmatrix}_{3 \times 1} + \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_{T_1} \\ v_{T_1+1} \\ v_{T_1+2} \\ v_{T_1+3} \end{bmatrix}_{(T_1+3) \times 1}$$

Une fois que l'on estime les paramètres en minimisant $S(\beta, \gamma) = v'v$, comme chacun des paramètres γ_1 , γ_2 et γ_3 sont seulement utiles pour une observation (respectivement pour $T_1 + 1$, $T_1 + 2$ et $T_1 + 3$ à cause qu'ils sont associés à des dummy), on obtiendra mathématiquement $\hat{v}_{T_1+1} = \hat{v}_{T_1+2} = \hat{v}_{T_1+3} = 0$ afin de minimiser le critère OLS $S(\beta, \gamma) = v'v$. C'est une application du principe de minimisation OLS. Notez aussi que numériquement on aura $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y$.

Une fois les paramètres estimés, on aura la régression artificielle estimée suivante.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{T_1} \\ y_{T_1+1} \\ y_{T_1+2} \\ y_{T_1+3} \end{bmatrix}_{(T_1+3) \times 1} = \begin{bmatrix} x_{(1)}' \\ \vdots \\ x_{(T_1)}' \\ x_{(T_1+1)}' \\ x_{(T_1+2)}' \\ x_{(T_1+3)}' \end{bmatrix}_{(T_1+3) \times K} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_K \end{bmatrix}_{K \times 1} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(T_1+3) \times 3} \begin{bmatrix} \hat{\gamma}_1 \\ \hat{\gamma}_2 \\ \hat{\gamma}_3 \end{bmatrix}_{3 \times 1} + \begin{bmatrix} \hat{v}_1 \\ \vdots \\ \hat{v}_{T_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{(T_1+3) \times 1} = \begin{bmatrix} x_{(1)}' \hat{\beta} \\ \vdots \\ x_{(T_1)}' \hat{\beta} \\ x_{(T_1+1)}' \hat{\beta} \\ x_{(T_1+2)}' \hat{\beta} \\ x_{(T_1+3)}' \hat{\beta} \end{bmatrix}_{(T_1+3) \times 1} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(T_1+3) \times 3} \begin{bmatrix} \hat{\gamma}_1 \\ \hat{\gamma}_2 \\ \hat{\gamma}_3 \end{bmatrix}_{3 \times 1} + \begin{bmatrix} \hat{v}_1 \\ \vdots \\ \hat{v}_{T_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{(T_1+3) \times 1}$$

