Exo 8b

Q6- L'estimateur GLS (des moindres carrés généralisés) est donné par : $\hat{\beta}_{GLS} = (X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega^{-1}y$
Démontrez la convergence (consistance) de cet estimateur et démontrez la normalité asymptotique de cet estimateur selon les suppositions d'usage A1, A2, A3 $E(\varepsilon)=0$, et $E(\varepsilon\varepsilon')=\sigma^2\Omega$ avec X qui est fixe.

Nous avons aussi les suppositions suivantes :

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{X'\Omega^{-1}X}{n}\right)=Q_{X\Omega^{-1}X}\prec\infty \qquad \text{et} \qquad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{X'\Omega^{-1}X}{n}\right)^{-1}=Q_{X\Omega^{-1}X}^{-1}\prec\infty$$

Ces matrices sont bornées et positives définies.

Q7- L'estimateur IV (des variables instrumentales) est donné par : $\hat{\beta}_{IV} = (Z'X)^{-1}Z'y$
Démontrez la convergence (consistance) de cet estimateur et démontrez la normalité asymptotique de cet estimateur selon les suppositions A1, A2 avec $\varepsilon \sim i.i.d.(0,\sigma^2 I)$ et avec X et Z qui sont fixes. Ici en général on a pas A3, ainsi $E(X'\varepsilon)\neq 0$ mais on a $E(Z'\varepsilon)=0$.

Nous avons aussi les suppositions suivantes :

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{Z'X}{n}\right)=Q_{ZX}\prec\infty \quad\Rightarrow\quad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{Z'X}{n}\right)^{-1}=Q_{ZX}^{-1},$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{X'Z}{n}\right)=Q_{XZ}\prec\infty \quad\Rightarrow\quad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{X'Z}{n}\right)^{-1}=Q_{XZ}^{-1},$$

Et

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{Z'Z}{n}\right)=Q_{ZZ}\prec\infty$$

Ces matrices sont bornées et positives définies.