

## Exo7

**Q1** Avec le modèle suivant  $y_i = \beta + \varepsilon_i$  où  $\varepsilon_i \sim i.i.d.N(0, \sigma^2)$ . Estimez  $\beta$  par MLE.

**Q2** Avec la fonction de densité de probabilité pdf de la distribution exponentielle suivante

$$f(x | \lambda) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Estimez  $\lambda$  par MLE. N.B. : les données  $x_i \geq 0$

**Q3** Avec la fonction de densité de probabilité pdf de la distribution de poisson suivante

$$f(x | \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

Estimez  $\lambda$  par MLE.

**Q4.** Nous avons le modèle suivant:  $\tilde{y}_i = \beta_1 \tilde{x}_{i2}^{\beta_2} \tilde{x}_{i3}^{\beta_3} e^{\varepsilon_i}$  avec  $e$  étant le nombre d'Euler.

Où les aléas sont identiquement et indépendamment distribués  $\varepsilon_i \sim i.i.d.(0, \sigma^2)$ .

**a)** Trouvez une manière efficace d'estimer sans biais tous les paramètres de ce modèle. Dériver l'estimateur et sa variance (matrice de variance-covariance). Discutez des propriétés de cet estimateur.

**b)** Si les aléas suivent une distribution multivariée quelconque de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2 \Omega$ , où  $\varepsilon \sim D(0, \sigma^2 \Omega)$  avec  $\sigma^2 \Omega \neq \sigma^2 I$ , quelles seront les implications pour l'estimateur présenté en a)

Suggérez un estimateur qui sera BLUE et dérivez le.

**c)** Vous décidez d'estimer le modèle transformé par maximum de vraisemblance (en imposant la loi normale sur les aléas  $\varepsilon_i \sim i.i.d.N(0, \sigma^2)$  malgré que ce ne soit pas la loi exacte du vrai DGP). Dériver l'estimateur approprié dans ce cas.

Quelles sont les implications de cela en échantillon fini pour l'estimateur du maximum de vraisemblance  $\hat{\beta}_{ML}$ , et pour les tests statistiques  $t(\hat{\beta}_k)$  et  $F$  basés sur des restrictions linéaires.

**d)** Vous décidez d'estimer le modèle transformé par maximum de vraisemblance (en imposant la loi normale sur les aléas  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 \Omega)$  malgré que ce ne soit pas la loi exacte du vrai DGP). Dériver l'estimateur approprié.

Quelles sont les implications de cela en échantillon fini pour l'estimateur du maximum de vraisemblance  $\hat{\beta}_{ML}$ , et pour les tests statistiques  $t(\hat{\beta}_k)$  et  $F$  basés sur des restrictions linéaires.