

Exo 5

Fichier de données : <http://www.er.uqam.ca/nobel/k23546/eco8600/8600-111-exo5-q1-data.txt>

Q1- Avec le modèle suivant : $y_i = \beta_1 + x_{i2}\beta_2 + \varepsilon_i$ où

y_i : correspond au rendement d'un titre financier

x_{i2} : correspond au rendement d'un indice financier

Et avec les résultats suivants basés sur 100 observations (voir dans le fichier pour les valeurs numériques):

$\sum_{i=1}^n \bar{x}_{i2} \bar{y}_i = A$	$\hat{\varepsilon}' M_L \hat{\varepsilon} = E$
$x_2' y = B$	$\sum_{i=1}^n x_{i2}^2 = G$
$y' y = C$	$\hat{\beta}_2' X_2' M_L X_2 \hat{\beta}_2 = H$

N.B. : La notation \bar{z}_{ik} représente l'écart à la moyenne \bar{z}_k de la variable z_{ik} , tel que $\bar{z}_{ik} \equiv z_{ik} - \bar{z}_k$

a) Calculez $\hat{\beta}$ l'estimé du vecteur β de la régression précédente, montrez vos calculs.

b) Faites une inspection visuelle des résidus et tracez un histogramme des résidus. Calculez et interprétez le test de normalité des aléas de Jarque-Bera à partir de la série des résidus.

c) Calculez la valeur des tests t suivants, ainsi que les p -values appropriées en vous basant sur le résultat du test fait en b).

- $H_0 : \beta_1 \geq 1$ contre l'alternative $H_1 : \beta_1 < 1$

- $H_0 : \beta_2 = 1$ contre l'alternative $H_1 : \beta_2 \neq 1$

Concluez sur les résultats des tests effectués à un niveau de signification de 5%, puis à un niveau de signification de 10%.

d) Calculez le R^2 et le \bar{R}^2 (R^2 ajusté) de la régression précédente. Qu'en pensez-vous?

e) Calculez la valeur du test F de l'hypothèse de signification de la régression $H_0 : \beta_2 = 0$ contre l'alternative $H_1 : \beta_2 \neq 0$. Concluez sur le résultat du test effectué à un niveau de signification de 5% puis à un niveau de signification de 10%.

Q2- Avec le modèle suivant $y_i = \beta_1 + x_{i2}\beta_2 + \varepsilon_i$ et $\varepsilon_i \sim i.i.d.N(0, \sigma^2)$
 et avec les résultats suivants basés sur n=4 observations

$$y = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad x_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad X'X = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 10 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad (X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 2.5 & -1.5 \\ -1.5 & 1 \end{bmatrix}$$

Le niveau de signification pour tous les tests est de 5% et le niveau de confiance pour les intervalles est de 95%.

a) Avec l'estimateur MCO, calculez le $\hat{\beta}$, USS, $\hat{\sigma}^2$, l'estimé de la matrice de variance-covariance $\text{var}(\hat{\beta})$.

b) Calculez les XSS, les TSS, le R^2 et le \bar{R}^2 (R^2 ajusté) de la régression précédente.

c) Calculez les bornes de l'intervalle de confiance à 95% de β_2 .

d) Calculez la prévision de y_{n+j} , noté \hat{y}_{n+j} et l'intervalle de prévision à 95% de y_{n+j} à partir de

$$x_{(n+j)}' = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$$

e) Calculez la prévision de Ey_{n+j} , noté \hat{y}_{n+j} et l'intervalle de prévision à 95% de Ey_{n+j} à partir de

$$x_{(n+j)}' = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$$

f) Testez les hypothèses suivantes et concluez sur les résultats des tests effectués à un niveau de signification de 5%:

f1) $H_0 : \beta_1 \geq 1$ contre l'alternative $H_1 : \beta_1 < 1$

f2) $H_0 : \beta_1 - \beta_2 = 0$ vs $H_1 : \beta_1 - \beta_2 \neq 0$

N'oubliez pas de bien indiquer les distributions que suivent ces tests, les règles de décision et votre conclusion sur les tests effectués.

g) Si la normalité des aléas n'est pas présente, dites quelles sont les implications pour votre test **f1**?

De plus, si la normalité n'est pas présente et en sachant que n=4, quel(s) problème(s) envisagez-vous? Avez-vous une recommandation face à ce(s) problème(s), laquelle?