Exo3 – Hiver 2011 v2.0

1- Démontrez que $\hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon} = y'y - \hat{\beta}'X'y$

2- Démontrez que $M_\iota\, y = \begin{bmatrix} y_1 - \overline{y} \\ y_2 - \overline{y} \\ y_3 - \overline{y} \end{bmatrix}$ avec $y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$

3- Démontrez que

$$F = \frac{(R\hat{\beta} - r)'[R(X'X)^{-1}R']^{-1}(R\hat{\beta} - r) / J}{\hat{\sigma}^2} = \frac{(USS_R - USS_{UR}) / J}{USS_{UR} / (n-K)} = \frac{(R^2_{UR} - R^2_R) / J}{(1 - R^2_{UR}) / (n-K)}$$

4- Avec le modèle suivant $\overline{\overline{y}}_i = \beta_1 + \overline{\overline{x}}_{i2}\beta_2 + \overline{\overline{x}}_{i3}\beta_3 + \overline{\overline{x}}_{i4}\beta_4 + \varepsilon_i$ et $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ (Johnston ex5.1)

Et avec les résultats suivants basés sur n=24 observations

| | | |
|---|---|---|
| $\sum \overline{\overline{y}}_i^2 =$ 60 | $\sum \overline{\overline{x}}_{i2}\overline{\overline{x}}_{i3} =$ 10 | $\sum \overline{\overline{x}}_{i2}\overline{\overline{y}}_i =$ 7 |
| $\sum \overline{\overline{x}}_{i2}^2 =$ 10 | $\sum \overline{\overline{x}}_{i2}\overline{\overline{x}}_{i4} =$ 5 | $\sum \overline{\overline{x}}_{i3}\overline{\overline{y}}_i =$ -7 |
| $\sum \overline{\overline{x}}_{i3}^2 =$ 30 | $\sum \overline{\overline{x}}_{i3}\overline{\overline{x}}_{i4} =$ 15 | $\sum \overline{\overline{x}}_{i4}\overline{\overline{y}}_i =$ -26 |
| $\sum \overline{\overline{x}}_{i4}^2 =$ 20 | | |

N.B. : La notation $\overline{\overline{z}}_{ik}$ représente l'écart à la moyenne $\overline{z}_k$ de la variable $z_{ik}$, tel que $\overline{\overline{z}}_{ik} \equiv z_{ik} - \overline{z}_k$

Testez les hypothèses suivantes :

a) $H_0 : \beta_2 = 1$ contre l'alternative $H_1 : \beta_2 \neq 1$

b) $H_0 : \beta_3 = 1$ contre l'alternative $H_1 : \beta_3 \neq 1$

c) $H_0 : \beta_4 = -2$ contre l'alternative $H_1 : \beta_4 \neq -2$

d) $H_0 : \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 0$ vs $H_1 : \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 \neq 0$

e)

$$H_0 : \begin{bmatrix} \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \text{vs} \quad H_1 : \begin{bmatrix} \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

5- Avec le modèle suivant $y_i = x_{i1}\beta_1 + x_{i2}\beta_2 + \varepsilon_i$ et $\varepsilon_i \sim N(0,\sigma^2)$

et avec les résultats suivants basés sur n=10 observations (Johnston ex5.2)

| | | |
|---|---|---|
| $\sum y_i =$ 20 | $\sum x_{i1}^2 =$ 92 | $\sum y_i^2 =$ 88.2 |
| $\sum x_{i1} =$ 30 | $\sum x_{i2}^2 =$ 163 | $\sum x_{i1}y_i =$ 59 |
| $\sum x_{i2} =$ 40 | $\sum x_{i1}x_{i2} =$ 119 | $\sum x_{i2}y_i =$ 88 |

Testez l'hypothèse suivante :

a) $H_0 : \beta_2 = 0$ contre l'alternative $H_1 : \beta_2 \neq 0$